

5.5

弾性力学の基礎方程式

(1) **基礎方程式** 平面応力状態について、5.2 節以降の方程式をまとめて列挙しておきましょう。なお、平面ひずみ状態については、応力-ひずみ関係式が異なるだけで、他の方程式はまったく同じです。

【応力の平衡方程式】 (力の釣り合い) 2 個の方程式

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \quad (5.21)$$

【ひずみ-変位関係式】 (要素の変形) 3 個の方程式

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \quad (5.22)$$

【応力-ひずみ関係式】 (要素の変形) 3 個の方程式

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y), \quad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x),$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} \quad (5.23)$$

式(5.21), 式(5.22), 式(5.23)には合計 8 個の方程式があります。一方, 式中の未知変数は, 応力 3 個 ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$), ひずみ 3 個 ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$), 変位 2 個 (u_x, u_y), 合計 8 個ですので, これらの方程式は解くことができます。また, 未知変数を場所の関数 (場の量) として求めますので, 以上の基礎方程式を**場の方程式** (field equation) ともいいます。

(2) **境界条件** 以上の式は, 物体内部の任意の場所で成立する関係ですが, 問題を解くには, 物体にどのような力が加わっているか, どのように拘束されているかなど, 物体の表面 (境界) における条件が必要となります。この条件を**境界条件** (boundary condition) といいます。境界条件には, 以下のような 2 種類があります。