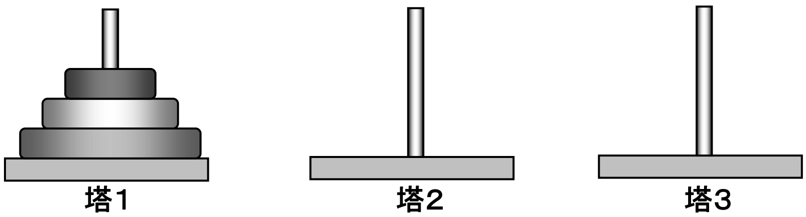
5.2　ハノイの塔

（1）ハノイの塔とは

ハノイの塔とは，重なった円盤を 3 柱の間で移動する問題です。ただし，より小さい円盤が必ず上にくるように重ねます。たとえば，以下のような左の柱(塔 1)の 3 枚の円盤を右(塔 3)の柱に移します。



（2）3枚の場合の手順

3 枚の場合, 図 5-4 のような手順で塔 1 から塔 3 に移動することができます。

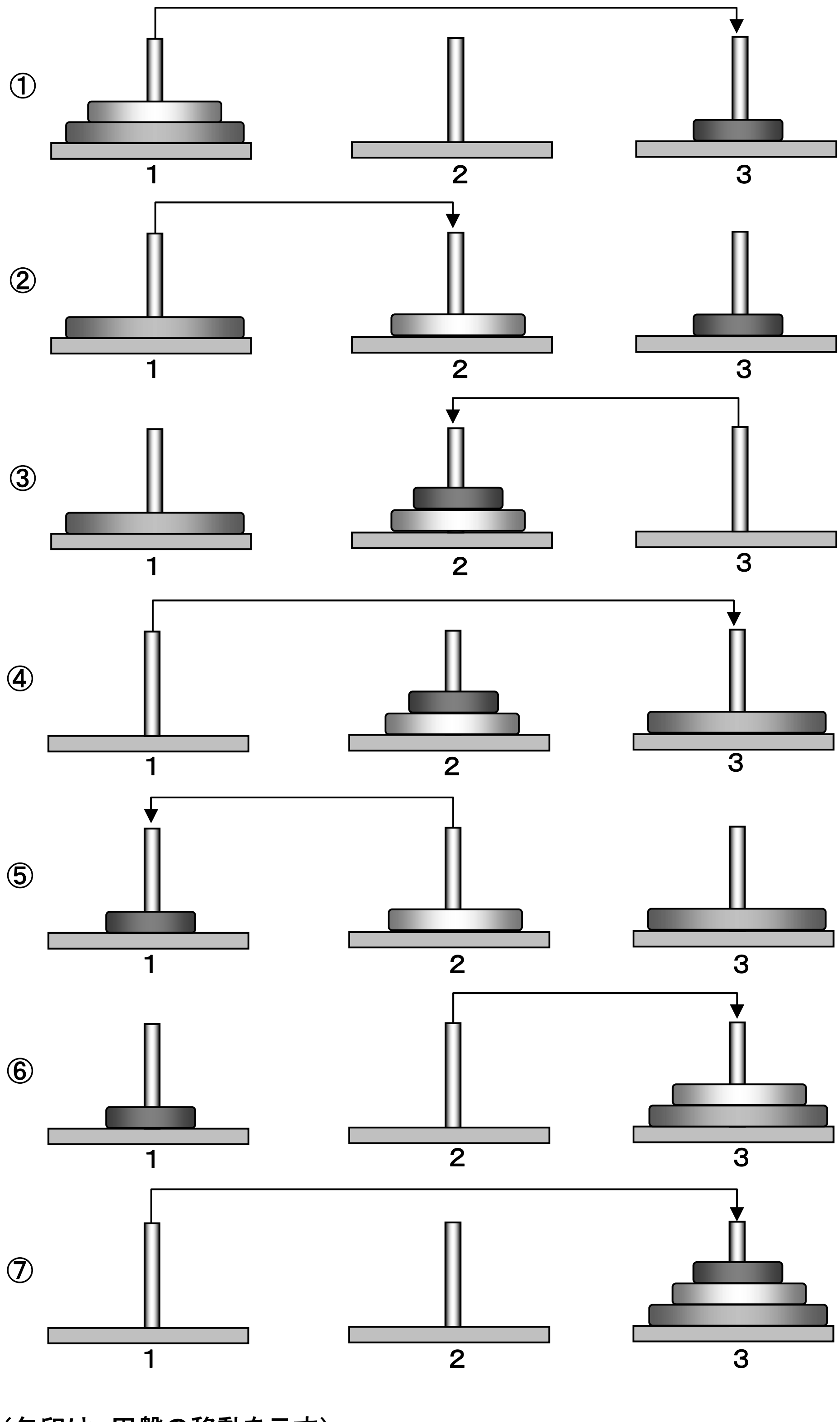
図 5-4 の①から⑦の手順は，次のように整理することができます。

- ■ 手順①～③ ： 2 枚の円盤を塔 1 から塔 2 に移動する手順
- ■ 手順④ ： 最も大きい円盤を塔 1 から塔 3 に移動
- ■ 手順⑤～⑦ ： 2 枚の円盤を塔 2 から塔 3 に移動する手順

（3）N枚の場合の手順

3 枚の移動手順を N 枚に一般化することを試みましょう。移動前の塔を A，移動先の塔を B，残りの塔を C とすると，以下のように表現することができます。

- ■ A から C に N－1 枚を移動
- ■ A から B に 1 枚を移動
- ■ C から B に N－1 枚を移動



（矢印は，円盤の移動を示す）

図 5-4　3 枚のときのハノイの塔

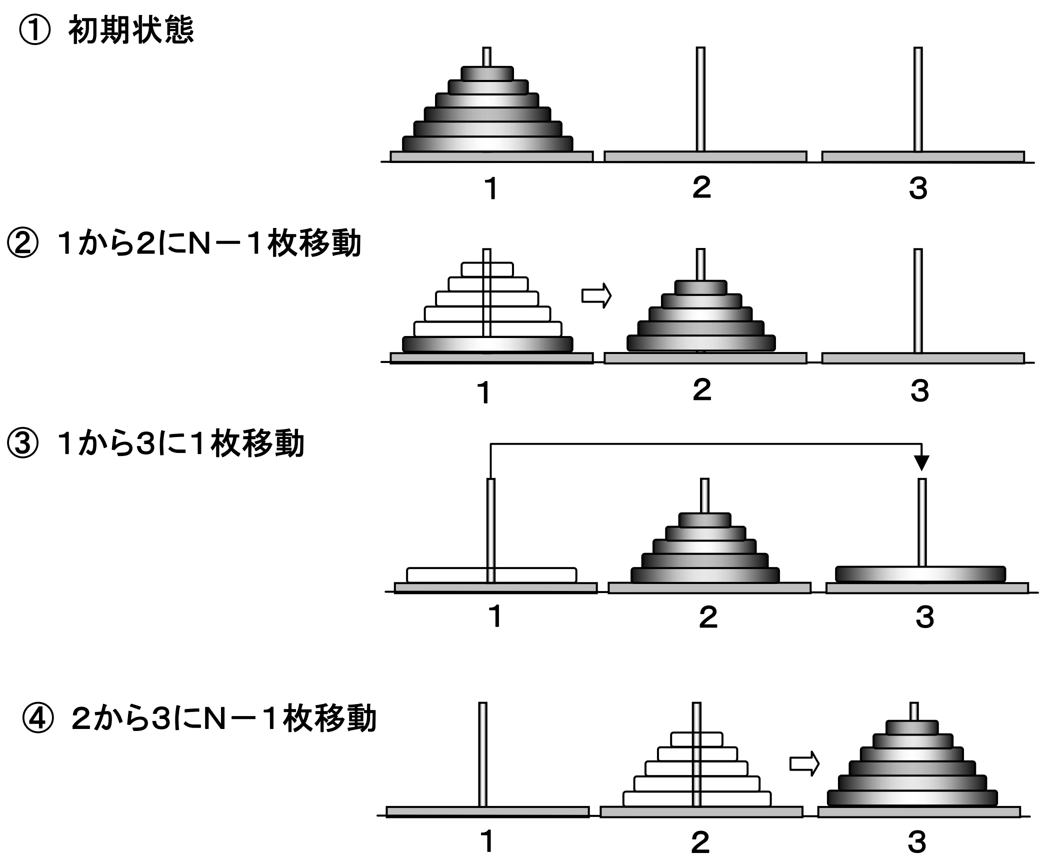


図 5-5　N 枚のときのハノイの塔の円盤移動

（4）中間的な塔の判別

A，B の組合せに対する C は，次の表の通りとなります。表中では，A＋B＋C の値を併せて表示しています。

A	B	C	A＋B＋C
1	2	3	6
1	3	2	6
2	3	1	6
2	1	3	6
3	1	2	6
3	2	1	6

表から明らかなように，A＋B＋C＝6 の関係が成り立ちます。すなわち，A から B に移動するときの中間的な C は，次の式で求めることができます。

C＝6 － A－ B

[Program 5-1] **ハノイの塔**

以下のプログラムでは，簡単化のために，塔から塔への移動を文字列で表示し，それをリストボックス(listBox1)に表示しています。

テキストボックス(textBox1)に円盤の枚数を入力し，コマンドボタン button1 をクリックして実行します。

```
private void MoveTo(int n,int x, int y)
{
    string S="第"+ n.ToString() + "盤を"   +
                   x.ToString() + "軸から" +
                   y.ToString() + "に移動" ;
    listBox1.Items.Add(S);
}
private void Hanoi(int n, int x, int y)
{
   if(n>0)                 // 0 枚のときは何もしない
   {
      Hanoi(n-1,x, 6-x-y); // n - 1 枚を         x  → 中間的な塔
      MoveTo(n,x,y);       // 最も大きい円盤を   x  → y
      Hanoi(n-1,6-x-y, y); // n - 1 枚を 中間的な塔 → y
   }
 }
private void button1_Click(object sender, System.EventArgs e)
{
    listBox1.Items.Clear();
    int n = int.Parse(textBox1.Text);
    Hanoi(n,1,3);
}
```